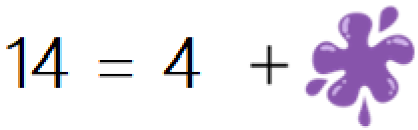
Nível 1

6.º e 7.º anos do Ensino Fundamental

1.ª Fase – 21 de maio de 2019

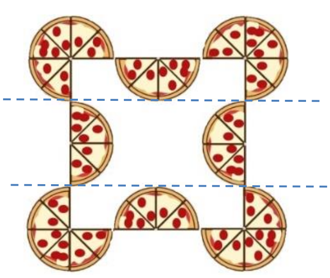
Solução da prova da 1.ª Fase

QUESTÃO 1
ALTERNATIVA A
Como 17 – 3 = 14 e 20 – 16 = 4, a conta com o borrão é a mesma que



Ora, qual é o número que somado com 4 dá 14? É o número 10. Logo, o número escondido pelo borrão é o número 10.

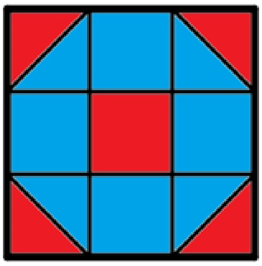
QUESTÃO 2
ALTERNATIVA C
Há varias formas de se determinar quantas pizzas foram utilizadas para formar a figura. Por exemplo, contando os pedaços temos $24 + 16 = 40$ pedaços e, como cada pizza é dividida em oito pedaços, temos $40 \div 8 = 5$ pizzas. Outra forma de se determinar isso é observar, na figura, que temos 4 metades de pizzas e mais 4 três quartos de pizzas; como 4 metades é igual a duas pizzas ($4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$) e 4 três quartos é igual a três pizzas ($4 \times \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$), o total de pizzas utilizado foi de $2 + 3 = 5$ pizzas.



Uma terceira forma de se determinar quantas pizzas foram utilizadas é olhar para a figura e imaginar três linhas horizontais de pizzas; basta observar que na primeira linha podemos formar 2 pizzas inteiras, na segunda linha, 1 pizza e, na terceira linha, 2 pizzas, totalizando $2 + 1 + 2 = 5$ pizzas inteiras.

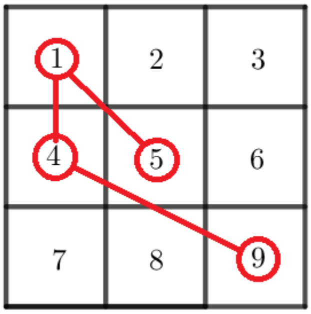
QUESTÃO 3
ALTERNATIVA B
A formiguinha caminha inicialmente para o norte. Notamos que, depois de passar duas placas consecutivas na sequência  ou na sequência , a formiguinha preserva o sentido de sua caminhada. Assim, depois de passar pela sequência das 6 primeiras placas, , ela continuou andando no sentido norte. As duas últimas placas,  e , indicam que ela mudou o sentido de sua caminhada de norte para oeste e depois de oeste para sul; ou seja, após passar pela última placa a formiguinha passou andar no sentido sul (S).

QUESTÃO 4
ALTERNATIVA B

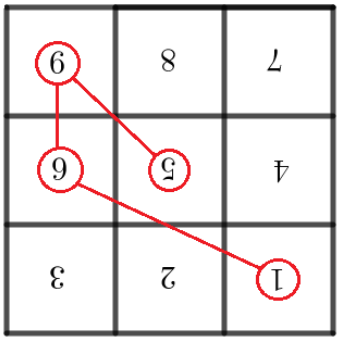


A parte vermelha é formada por um quadradinho mais 4 metades de quadradinhos. Essas 4 metades juntas têm a mesma área que a de 2 quadradinhos. Assim, a área total da parte vermelha é igual à área de 1 + 2 = 3 quadradinhos. Como essa área é de 6 cm^2, cada quadradinho tem uma área de 2 cm^2.
O quadrado inteiro é formado por 9 quadradinhos. Assim, a área em azul equivale à área de 9 – 3 = 6 quadradinhos, que é igual a 6 x 2 = 12 cm^2.

QUESTÃO 5
ALTERNATIVA B
Como Aurélio está acostumado a digitar sua senha sem olhar para o teclado, ele basicamente digita pelas posições. Começa pela tecla central, vai para quina superior da esquerda, desce uma posição e, em seguida, termina na quina inferior da direita, conforme o diagrama abaixo:



Rodando o teclado 180º e repetindo o movimento indicado pela figura acima, ele só pode ter digitado da seguinte maneira:



5961

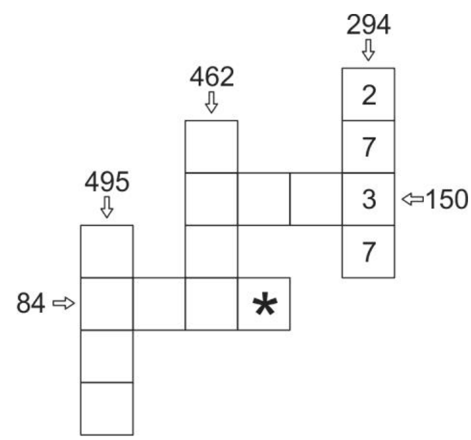
Portanto, dentre as alternativas apresentadas, a única que pode representar o número digitado por Aurélio é a que aparece na letra B, 5961.

QUESTÃO 6
ALTERNATIVA D
Os valores das expressões nas alternativas são:

A) $15 \times \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$
B) $\frac{15+15+15}{4+4+4} = \frac{3 \times 15}{3 \times 4} = \frac{15}{4}$
C) $\frac{3}{4} + 3 = \frac{3+12}{4} = \frac{15}{4}$
D) $\frac{10}{2} + \frac{5}{2} = \frac{10+5}{2} = \frac{15}{2}$
E) $\frac{3}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{3 \times 5}{2 \times 2} = \frac{15}{4}$

Logo, a única alternativa em que o valor da expressão não é igual a 15/4 é a alternativa D.

QUESTÃO 7
ALTERNATIVA A
Inicialmente, observamos que as decomposições em fatores primos dos números que aparecem no enunciado são:
462 = 2.3.7.11
150 = 2.3.5.5
495 = 3.3.5.11
84 = 2.2.3.7
Na interseção de 150 com 462, deve aparecer o 2, pois o 3 já está na interseção de 150 com 294.
A interseção de 495 com 84 deve ser preenchida com o 3, pois é o único fator primo comum entre esses dois números. Desta forma, sobra o 7 para a interseção de 462 com 84.
Então, como a fatoração do 84 é 3 . 2 . 7 . 2, concluímos que $*$ = 2.

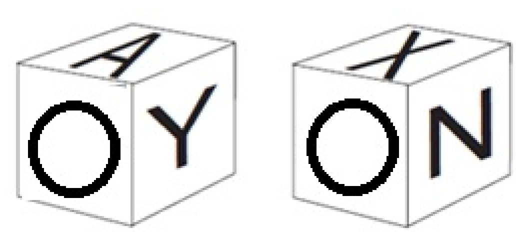


QUESTÃO 8
ALTERNATIVA C
Vamos pensar nas netas como as letras A, B, C, D e E e descrever a ordem em que elas chegaram como uma sequência dessas letras, lida da esquerda para a direita. O enunciado nos diz que nessa sequência

1. o B está à esquerda do A (Beatriz chegou antes de Ana);
2. o B está à direita do D (Beatriz chegou depois de Daniela);
3. o bloco CDE aparece sem letras intermediárias e com as letras nessa ordem (Cláudia, Daniela e Érica chegaram uma em seguida da outra, nessa ordem).

As informações 2 e 3 mostram que o B aparece à direita do bloco CDE, e a informação 1 diz que o A está à direita do B. A nossa sequência é, então, CDEBA, e concluímos que a primeira a chegar foi Cláudia.

QUESTÃO 9
ALTERNATIVA A
As duas figuras indicam que as faces com as letras A, Y, X e N compartilham um lado em comum com a face de letra O. Isso não ocorre com a face oposta à que tem a letra O. Assim, a face com o O é oposta à de letra E.



QUESTÃO 10
ALTERNATIVA C

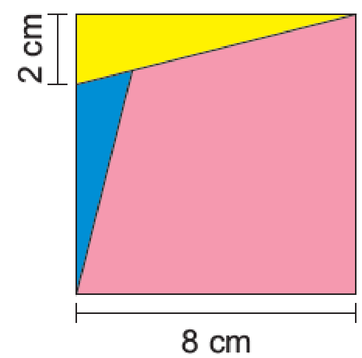
No planeta Pemob, cada ano tem 6 x 27 = 162 dias. Se, em um certo ano, o primeiro dia do ano foi Eba, então dia 5 foi Aba, dia 10 também foi Aba, e assim sucessivamente, de 5 em 5, até o dia 160, que também foi Aba. Logo, o dia 161 foi Eba e o último dia, o de número 162, foi Iba.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
Eba	Iba	Oba	Uba	Aba	Eba	Iba	Oba	Uba	Aba	...

Outra maneira de ver isto é observar que, como as semanas têm 5 dias, o resto da divisão de 162 por 5 é 2, o que imediatamente dá Iba como o dia da semana do último dia do ano.

QUESTÃO 11
ALTERNATIVA C

Observe o triângulo amarelo. Sua área é $\frac{2\times 8}{2} = 8$ cm². Logo, a área do triângulo azul é 4 cm². Como o quadrado tem área 64 cm², o quadrilátero rosa tem área $64 - 8 - 4 = 52$ cm².



QUESTÃO 12
ALTERNATIVA E

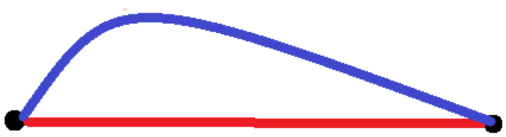
Para ir até o doce andando sobre as linhas da figura, a formiguinha deve andar 4 vezes para frente e 5 vezes para baixo. Um caminho de menor comprimento possível ocorre quando ela anda simultaneamente para frente e para baixo, na diagonal, o máximo de vezes possível. De acordo com as linhas da figura, esse caminho de menor tamanho possível ocorre quando ela anda 4 vezes na diagonal, escolhendo uma vez só para andar para baixo. Logo, se a letra D representar andar na diagonal e a letra B andar para baixo, os caminhos de menor comprimento possível são:

- D+D+D+D+B;
- D+D+D+B+D;
- D+D+B+D+D;
- D+B+D+D+D;
- B+D+D+D+D.

Portanto, são 5 os caminhos de menor comprimento possível.

DETALHAMENTO DA SOLUÇÃO:

A principal ideia para a resolução desse problema é a percepção de que o caminho mais curto para ir de um ponto a outro é através do segmento de reta que une os dois pontos, como exemplificamos na figura abaixo:

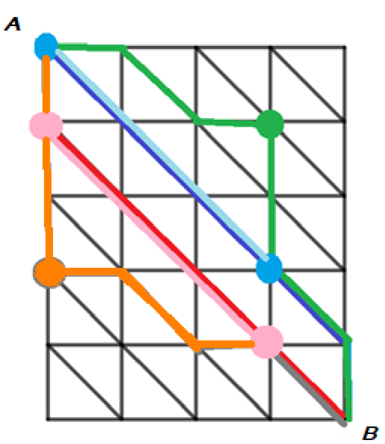


O caminho vermelho é mais curto que o azul

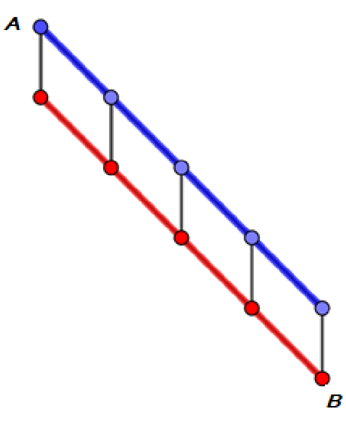
Utilizando este conceito, vamos a duas considerações:

I) Nenhum caminho mínimo pode passar por qualquer ponto acima da diagonal azul indicada na figura abaixo. Isso é fato, pois a formiga começa em um ponto da diagonal azul e, se em algum momento passar, por exemplo, no ponto verde, obrigatoriamente terá que tornar a passar na diagonal azul e, portanto, o caminho que fosse direto do ponto inicial até este ponto de retorno à diagonal seria menor que o caminho em questão.

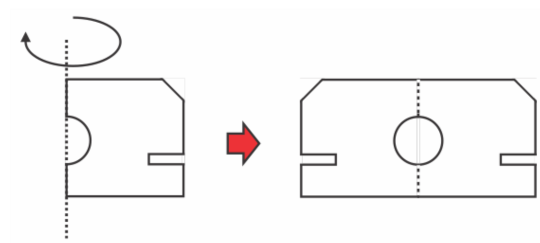
II) O mesmo raciocínio se aplica para concluirmos que o caminho mínimo não pode passar por qualquer ponto abaixo da diagonal vermelha, pois, se passar por um ponto, o laranja por exemplo, ela obrigatoriamente passaria por dois pontos da diagonal vermelha e, portanto, esse caminho ficaria maior do que o que une os dois pontos diretamente.



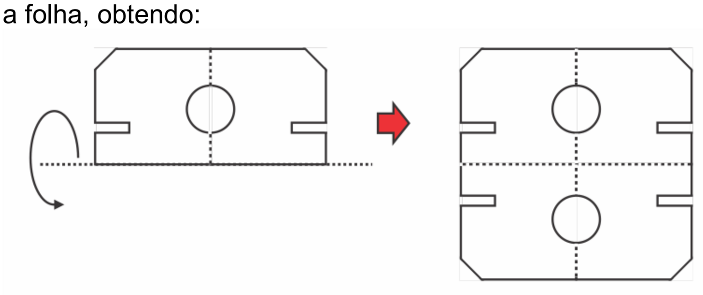
Portanto, todos os caminhos mínimos precisam ficar restritos à região compreendida entre as paralelas azul e vermelha, a formiga começa na diagonal azul e, em algum momento, desce para vermelha. Como há 5 segmentos verticais unindo as duas diagonais, há 5 maneiras de ela fazer um caminho mínimo.



QUESTÃO 13
ALTERNATIVA E
Desfazendo a segunda dobra, abrimos verticalmente a folha, obtendo:



Em seguida, ao desfazer a primeira dobra, abrimos horizalmente a folha, obtendo:



QUESTÃO 14
ALTERNATIVA E
Escrevemos a soma dos números ímpares de 1 a 2019 e, dessa soma, subtraímos a soma de todos os números pares de 1 a 2019:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 2017 + 2019$$
$$-(2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 2016 + 2018)$$

Observamos que 3 – 2 = 1, 5 – 4 = 1, 7 – 6 = 1 e assim sucessivamente. Usando as propriedades comutativa e associativa da adição, podemos concluir que a diferença entre a soma dos números ímpares e a soma dos números pares de 1 a 2019 é

$$1 + (3 - 2) + (5 - 4) + (7 - 6) + (9 - 8) + \cdots + (2017 - 2016) + (2019 - 2018)$$
$$= 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 = 1010.$$

De fato, a quantidade de números 1´s que aparece na soma acima é igual à quantidade de números ímpares ente 1 e 2019 e, por sua vez, esta é igual a [(2019 – 1) ÷ 2] + 1 = 1010.

QUESTÃO 15
ALTERNATIVA B
A figura 1 é formada por 5 bolinhas em formato de Y e, a partir dela, quando passamos de uma figura para a seguinte, a próxima figura tem 3 bolinhas acrescidas, sendo uma em cada ponta do Y. Logo, a 15ª figura terá $5 + 3 \times 14 = 47$ bolinhas.
Mais geralmente, a quantidade de bolinhas na n-ésima figura é 5 +3(n-1) = 3n +2.

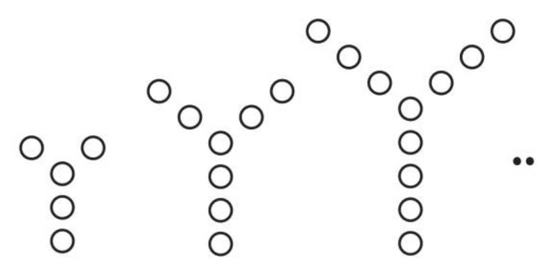
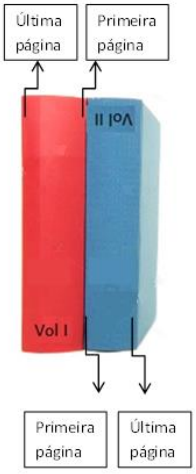


Figura 1 Figura 2 Figura 3

QUESTÃO 16
ALTERNATIVA D

Basta observar a disposição das últimas páginas dos dois livros:



Portanto, a distância entre a última página do Volume I até a última página do Volume II é

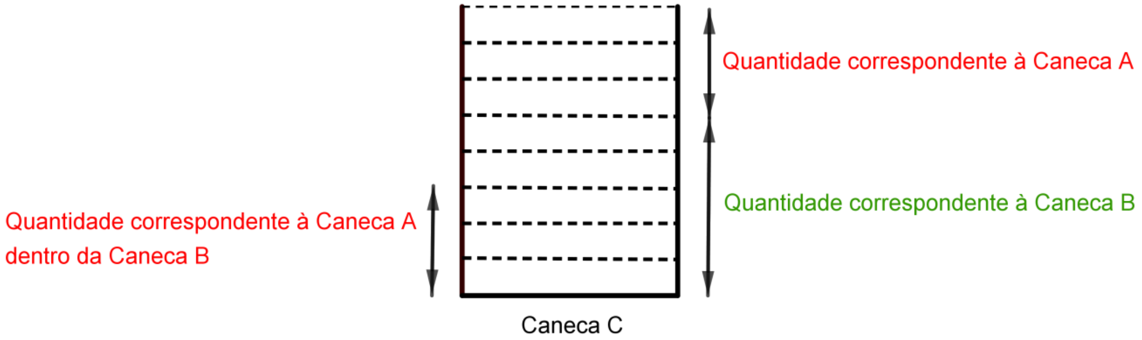
5	+	0,25	+	0,25	+	5	=	10,5 cm
Espessura do miolo do Vol I		Capa da frente do Vol I		Capa da frente do Vol II		Espessura do miolo do Vol II		

QUESTÃO 17
ALTERNATIVA D

Ao despejar o conteúdo das canecas A (pequena) e B (média) cheias na Caneca C (grande) será ocupado

$$\frac{5}{8}+\frac{3}{5}\times\frac{5}{8}=\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=1$$

da capacidade da Caneca C, ou seja, ela ficará totalmente cheia, sem transbordar. De forma ilustrativa, dividindo a Caneca C em 8 partes iguais, a figura a seguir mostra que 5 dessas partes correspondem à capacidade da Caneca B, e as outras 3, à capacidade da Caneca A.



QUESTÃO 18
ALTERNATIVA A

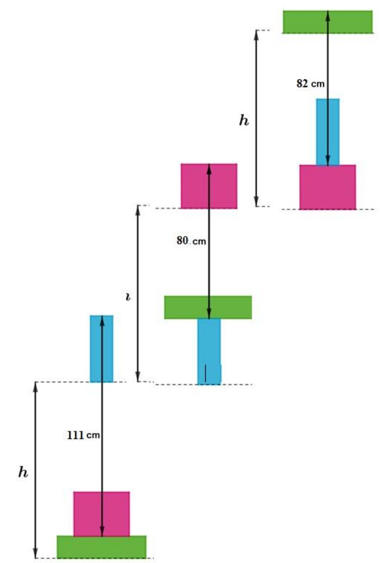
Benedita pode usar óculos ou não. Se Benedita usa óculos, ela está olhando para Carlitos, que não usa óculos. Se Benedita não usa óculos, ela está sendo olhada por Armando, que usa óculos. Logo, em qualquer um dos casos, há uma pessoa de óculos olhando para uma pessoa sem óculos. Assim, necessariamente a alternativa A é verdadeira.

DETALHAMENTO DA SOLUÇÃO:
Primeiramente, é importante chamar a atenção para o fato de que o enunciado só não estabelece a situação de Benedita, ou seja, se ela usa óculos ou não. Portanto, há apenas 2 hipóteses:
Hipotese 1:
Armando (com óculos) → Benedita (com óculos) → Carlitos (sem óculos)
Hipótese 2:
Armando (com óculos) → Benedita (sem óculos) → Carlitos (sem óculos).

Analisemos as alternativas, uma a uma:
Letra A – Há uma pessoa de óculos olhando para uma pessoa sem óculos. **Verdadeira**, na primeira hipótese, pois Armando com óculos estará olhando para Benedita sem óculos; na segunda hipótese também é verdadeira, pois Benedita com óculos estará olhando para Carlitos sem óculos.
Letra B – Há apenas uma pessoa sem óculos, e ela está olhando para uma pessoa de óculos. **Falsa**, pode ser que haja duas pessoas sem óculos, como ocorre na hipótese 2.
Letra C – Há apenas uma pessoa de óculos, e ela está olhando para uma pessoa que não está de óculos. **Falsa**, pode ser que haja duas pessoas de óculos, como ocorre na hipótese 1.
Letra D – Carlitos está sendo olhado por uma pessoa que não está de óculos. **Falsa**, se ocorrer a hipótese 1, Carlitos estará sendo olhado pela Benedita, que estará de óculos.
Letra E – Carlitos está sendo olhado por uma pessoa que está de óculos. **Falsa**, pois na hipótese 2 ele estará sendo olhado pela Benedita, que estará sem óculos.

Portanto, a única alternativa que é verdadeira em ambas as hipóteses é A.

QUESTÃO 19
ALTERNATIVA D



Representando graficamente as três situações uma no topo da outra, como na figura ao lado, observamos que a soma das três medidas corresponde a 3 vezes a distância *h* (o bloco verde debaixo compensa com o bloco verde do topo).
Logo, *h* = $\frac{113+80+82}{3} = 91$ cm.

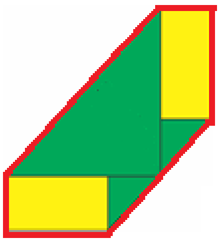
OUTRA SOLUÇÃO:
Cada uma das distâncias nas três figuras pode ser expressa em termos de *h* e das alturas de dois dos blocos:
111 = *h* – bloco verde + bloco azul
80 = *h* – bloco azul + bloco rosa
82 = *h* – bloco rosa + bloco verde
Cada bloco aparece uma vez nessas igualdades com sinal positivo e outra com sinal negativo.
Portanto, ao somá-las, eles se cancelam. Temos, assim:

$$111 + 80 + 82 = 3h$$

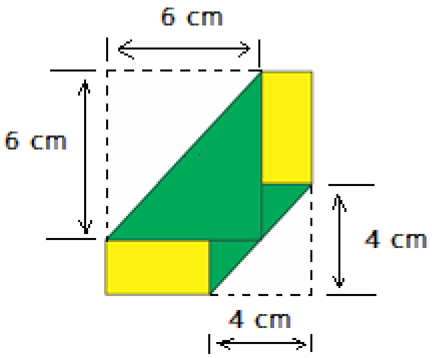
Logo, 3*h* = 273 e, portanto, h = 91 cm.

QUESTÃO 20
ALTERNATIVA C

A área da figura final, o pentágono verde, é metade da área da região cujo contorno é o da terceira figura, ou seja, metade da área do hexágono destacado em vermelho na figura ao lado:



A área desse hexágono é igual à área da folha original amarela, menos a área dos dois triângulos tracejados da figura ao lado:



Logo, a área da figura final é metade de $64 - \frac{6 \cdot 6}{2} - \frac{4 \cdot 4}{2}$ = 38 cm², ou seja, é igual a 19 cm².

OUTRA SOLUÇÃO:
Se quadricularmos a folha amarela em 8 x 8 = 64 quadrinhos iguais, cada um deles de área 1 cm², observamos que a área da figura final (contornada em vermelho na figura ao lado) é formada por 15 quadrinhos de área igual a 1 cm² e por 8 metades de quadradinhos, totalizando
15 + (8 x ½) = 19 cm².